

**12^e session d'étude
sur les techniques de sautage**

Ondes de choc provenant d'une explosion dans le roc

Roger F. Favreau, professeur
Collège Militaire Royal de Saint-Jean

P. Favreau, ing.
Blaspa Inc.

R E S U M E

L'usage des simulations de sautage va en grandissant pour assister à dessiner les dynamitages à l'aide de l'ordinateur. Le but principal de la communication est d'expliquer les bases mathématiques d'une simulation avec un modèle sur ordinateur. Un dynamitage pour excaver le roc à l'explosif comprend plusieurs mécanismes distincts lors de l'explosion. Suite à la détonation de l'explosif, le premier de ces mécanismes, en ordre chronologique, est l'action d'ondes de choc créées par l'expansion des gases d'explosion dans le trou de mine. Ce sont les équations qui traitent de ces ondes de choc qui sont passées en revue dans la communication.

Suite à l'explication mathématique des ondes de choc, les résultats sont interprétés de façon à porter en évidence les conclusions d'ordre pratique qui en découlent. Par exemple, il est discuté de l'importance de dessiner un sautage de sorte qu'un maximum de faces libres soient créées, afin que les ondes en pression soient réfléchies et transformées en ondes en traction, celles-ci étant les plus propices à commencer le processus de fissuration et de fragmentation du massif rocheux.

ONDES DE CHOC PROVENANT D'UNE EXPLOSION DANS LE ROC

R.F. FAVREAU

P. FAVREAU

- (I) INTRODUCTION: Depuis une vingtaine d'années, il y a eu une progression importante au sujet de l'explication en termes mathématiques des phénomènes qui se produisent lors de l'explosion d'un explosif chargé dans un trou de mine foré dans le roc massif. Cette explication a permis la création du modèle sur ordinateur ELASPA et son application au dessin de sautage pratique en mine et carrière. Le but de la communication est d'approfondir les bases mathématiques sur lesquelles reposent les simulations de dynamitage à l'aide du modèle ELASPA, avec accent sur le rôle joué par les ondes de chocs primaires lors d'un sautage dans le roc.

Pour commencer, il est souhaitable de situer l'action des ondes de choc parmi les différents mécanismes qui se produisent lors d'un dynamitage. Ceux-ci sont expliqués à la référence (6) et passés en revue à la fig. 1, et ils se résument de la façon suivante; il y

a trois mécanismes clefs, soient: (a) le passage à travers le massif rocheux d'une onde de compression, suivit de son retour en onde de tensions, laquelle commence à fracturer le roc; (b) la traverse du roc par un front de fragmentation dû au développement d'un champs de tension semi-statique qui complète la fracturation du roc; et (c) l'éclatement du massif rocheux qui projète chaque morceau de roc fragmenté avec une vitesse U . Ainsi la présente communication explique les équations mathématiques du mécanisme (a).

(II) SOLUTION MATHEMATIQUE DES ONDES DE CHOC:

a) Description du Phénomène: L'action d'un explosion dans le roc débute à l'instant où la charge d'explosif déjà bourrée dans le trou de mine est initiée par un détonateur. Le résultat (réf. 2,3) est que les ingrédients de l'explosif se transforment en gases à très haute pression, la transformation étant presque instantanée. La forte pression des gases de l'explosif pousse sur la paroi du trou de mine, obligeant celle-ci à reculer; ceci fait que le rayon du trou de mine subit une expansion, passant de b avant la détonation à $b+X$ à l'instant t après la détonation (voir la fig.2). Ainsi la poussée des gases dans le trou comprime le roc autour de celui-ci; l'anneau de roc ainsi comprimé dans la région autour du trou pousse à son tour sur l'anneau de roc adjacent, lequel à son tour agit sur l'anneau de roc suivant, etc. Le résultat est que l'action en poussée des gases se transmet à travers le massif rocheux sous forme d'onde

de choc.

Le phénomène se complique à cause que le roc résiste à la poussée des gases; cette résistance provient du fait qu'un anneau de roc (voir la fig.2) qui a subit un déplacement radial dû à la poussée des gases se retrouve étiré, i.e. la longueur de sa circonférence $2 \pi (r + x)$ est plus grande que sa longueur originale $2 \pi r$. Le phénomène ressemble à celui de la résistance qu'oppose une bande élastique si on tente de l'allonger.

Ceci résume la création des ondes de choc dans le roc par l'explosion; il reste à exprimer le phénomène sous forme d'équations mathématiques. ce que fait les sections suivantes.

- b) Action des Gases: Assumant que l'explosion des gases de l'explosif se produit sans transfer de chaleur par conduction au roc, i.e d'une façon adiabatique, la pression des gases p à l'instant où leur volume spécifique est v peut être calculer au moyen de l'équation suivante

$$p v^{\gamma} = K = P V^{\gamma} \quad (1)$$

où K est une constante;

P est la Pression d'Explosion des gases au volume spécifique V ;

V est le volume spécifique des gases à l'instant où ils remplissent le volume original du trou de mine:

γ est une propriété des gases de l'explosion qui s'appelle le "rapport des chaleurs spécifiques" et qui est fonction des ingrédients originaux et de la densité de chargement de l'explosif.

Selon la fig.2, si à l'instant t le rayon du trou de mine à passer de b à b + X, v et V peuvent se calculer de la façon suivante:

$$v = (4/3) \pi (b + X)^3 / M \quad (2)$$

$$V = (4/3) \pi b^3 / M \quad (3)$$

où M est la masse d'explosif. En remplaçant (2) et (3) dans (1), ça donne

$$\begin{aligned} p &= P (V/v)^\gamma = P \left[\frac{b}{b + X} \right]^{3\gamma} \\ &= P (1 + X/b)^{-3\gamma} \approx P (1 - 3\gamma X/b) \quad (4) \end{aligned}$$

où l'approximation de la dernière étape est permise car l'expansion X du rayon est beaucoup plus petite que le rayon b. Grâce à l'équation (4), la pression p est exprimée en terme de n'importe quel valeur arbitraire de l'expansion X pour un explosif dont les ingrédients et la densité de chargement sont caractérisés par la valeur de γ ; ainsi (4) représente l'action des gases d'explosion.

- c) Réaction du Roc: Tel qu'expliqué à la section II (a), la poussée des gases se transmet d'un anneau de roc à la suivante l'un après l'autre, chaque anneau résistant à la poussée du fait que la longueur de sa circonférence est allongée. Afin d'exprimer la résistance du roc en termes

mathématiques, il est souhaitable de concentrer l'attention sur un seul petit morceau de roc à la fois, car tous les éléments du massif rocheux ne bouge pas ensemble. Ainsi, à la fig.2, l'élément de roc originalement à a b c d bouge à e f g h sous l'action de l'explosion. Il est manifeste que sa nouvelle longueur e g est plus grande que sa longueur originale a c; cette élongation circonférentielle s'exprime de la façon suivante

$$e_c = [2 \pi (b + X) - 2 \pi b] / (2 \pi b) = X/b \quad (5)$$

L'élongation de l'élément de roc a b c d s'accompagne d'un retrécissement radial de sa largeur qui s'exprime de la façon suivante

$$e_r = (ef) - (ab) = \partial x / \partial r \quad (6)$$

où r est le rayon original où se trouve l'élément a b c d;

x est le déplacement à l'instant t de l'élément e f g h;

$\partial x / \partial r$ est la dérivée partielle de x par rapport à r. De plus, la masse m de l'élément de roc a b c d possède de l'inertie, où

$$m = d x \quad (\text{volume de a b c d}) \quad (7)$$

où d est la densité du roc. A cause de son inertie, m ne se déplace que si les forces en cause lui imposent une accélération donnée par la Deuxième Loi de Newton, soit

$$F_1 + F_2 = m a = m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (8)$$

où F_1 est la force des gases transmise à travers le roc à l'élément m;

F_2 est la force de résistance du roc;

$a = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ est l'accélération, exprimée en terme de

la dérivée seconde de x par rapport au temps t.

Les forces F_1 et F_2 peuvent être exprimées à l'aide des lois d'élasticité d'un solide (voir référence (4)), ce qui transforme l'équation (8) à la forme suivante:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial x}{\partial r} - 2 \frac{x}{r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (9)$$

où c est la vitesse de l'onde de choc créé dans le roc par l'explosion.

La valeur de c peut être exprimée en terme des propriétés du roc à l'aide de l'équation suivante:

$$c^2 = \frac{(1 - \sigma) Y}{d(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)} \quad (10)$$

où Y est le module de Young du roc;

σ est le rapport de Poisson.

Ainsi l'équation (9) représente la réaction du roc à l'explosion et chaque élément de roc tel a b c d à la fig.2 doit agir durant la partie initiale d'un sautage de façon conforme aux exigences de l'équation (9).

- (d) Interaction Gases/Roc: Les équations (4) et (9) représentent respectivement l'action des gases et la réaction du roc. Chacun des gases et du roc doivent, durant l'explosion, agir conformément à ces équations. Mais de plus, là où les gases sont en contact avec le roc, i.e. à la paroi du trou de mine, il faut aussi que la pression des gases à b + y soit égale à la pression radiale du roc à x (b). Mathématiquement ceci s'appelle la "condition aux frontières", et elle doit être

respectée à chaque instant t durant l'expansion des gases. A l'aide de l'équation (4) et des équations de contraintes présentées à la référence (4), ça donne:

$$\begin{aligned}
 p &= P (1 - 3 \gamma X / b) = s (b) \\
 &= d_c^2 \left[\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{2\sigma}{(1-\sigma)} \frac{x}{r} \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

L'équation (11) assure que, du début à la fin de l'explosion, l'interaction entre la poussée des gases et la résistance du roc soient chacun conforme à la condition aux frontières.

- (e) Détails de la Solution Mathématique: Le problème mathématique se résout donc à solutionner simultanément l'équation des gases (4), celle du roc (9) et la condition aux frontières (11). Les détails sont résumés à l'Appendice A et plus complètement à la référence (4).

(III) RESULTATS ET INTERPRETATION:

- (a) Propriétés des Ondes de Choc: D'après l'Appendice A, le déplacement $x (r, t)$ d'une particule de roc originellement à la distance r du centre de l'explosion, est donné à l'instant t après la détonation par la formule:

$$x (r, t) = \frac{Pb^3}{2a^2 r^2} + e^{-a^2 T/d c b}$$

$$\left[\frac{P}{ak} \left(\frac{b^2}{r} - \frac{b^3}{2r^2} \right) \sin \frac{akT}{dcb} - \frac{Pb^3}{2a^2 r^2} \cos \frac{akT}{dcb} \right] \quad (12)$$

où $T = t - (r-b)/c$

$$a^2 = \left[2 (1 - 2 \sigma) d c^2 + 3 (1 - \sigma) \gamma P \right] / \left[2(1 - \sigma) \right]$$

$$k^2 = \left[2 d c^2 - 3 (1 - \sigma) \gamma P \right] / \left[2 (1 - \sigma) \right]$$

et les déformations radiales et circonférentielles subies par cette particule sont données selon les expressions suivantes:

$$e_r (r, t) = x (r, t) / r \tag{13}$$

$$e_c (r, t) = \frac{\partial x}{\partial r} = - \frac{b^3 P}{a^2 r^3} + e^{-a^2 T / dcb}$$

$$\left[\left(\frac{Pb^3}{akr^3} - \frac{2Pb^2}{akr^2} + \frac{aPb}{kdc^2 r} \right) \sin \frac{akt}{dcb} + \left(\frac{Pb^3}{a^2 r^3} - \frac{Pb}{dc^2 r} \right) \cos \frac{a kt}{dcb} \right] \tag{14}$$

L'aspect clef de ces expressions est que les résultats de l'explosion, en ce qui concerne la particule a b c d à r à l'instant t, ne dépendent pas uniquement des propriétés du roc, telles qu'exprimées par d, c et σ aux équations (13) et (14), ni uniquement des propriétés de l'explosif utilisé, telles qu'exprimées par P et γ aux équations (13) et (14), mais plutôt dépendent du mélange combiné de ces propriétés. Ainsi si un explosif donné, disons X1, est utilisé afin de dynamiter un roc donné, disons R1, les résultats de l'explosion tel qu'indiqués par x (r,t), $e_c (r,t)$ et $e_r (r,t)$ ne sont pas les mêmes que si un deuxième explosif X2 est utilisé afin de dynamiter le roc R1; ils ne sont pas les

mêmes non plus si le premier explosif X1 est utilisé afin de dynamiter un deuxième roc R2. La qualité des résultats d'un sautage dépend du mélange combiné du genre d'explosif et du genre de roc, et les équations (12), (13) et (14) permettent de prédire les résultats de façon numérique et quantitative.

De plus, les valeurs P_1 , γ_1 et P_2 , γ_2 de deux explosifs x1 et x2 n'indiquent pas seulement la différence entre les ingrédients chimiques de ces deux explosifs, mais aussi la densité de chargement de ceux-ci. Ainsi, le même explosif x1 chargé à deux valeurs de densité différentes change les solutions (12), (13) et (14) du fait que les valeurs de P et γ diffèrent pour les deux densités de chargement. Ainsi ces équations peuvent prédire l'effet non seulement des ingrédients des explosifs mais aussi celle de leur densité dans le trou de mine.

- (b) Précision des Solutions Mathématiques: Les figs. 8(a) à 8(d) montrent des comparaisons entre résultats calculés à l'aide des équations (13) et (14) et résultats mesurés expérimentalement. Les résultats mesurés proviennent d'expériences faites par le Bureau des Mines des Etats-Unis (ref. (7)) pour plusieurs explosifs dont les propriétés chimiques se retrouvent aux réf. (7) et (4). Il est évident d'après les figs. 8(a) à 8(d) que, compte tenu de la précision des données expérimentales, l'accord entre les résultats calculés et mesurés est tout à fait satisfaisant pour les besoins de dessiner un sautage en mine.

(c) Ondes de Choc en Traction ou en Pression: Les déformations radiales et circonférentielles e_r et e_c données par les équations (13) et (14) peuvent agir soit en traction, i.e. que le roc localement subit une élongation, ou en pression, i.e. que le roc est localement comprimé. Ceci est mis en évidence à la fig.2 où l'élément de roc e f g h est en traction circonférentielle et en pression radiale. Cet aspect est clef, car il est bien connu que la résistance du roc R_p en pression est d'environ mille fois plus grande que sa résistance R_T en traction. Ainsi, lors d'un sautage à l'explosif, le gros de la fragmentation est le résultat de failles et fissures qui se produisent en traction, ce qui implique plusieurs conclusions pratiques lors du dessin d'un sautage.

La fig.3 montre des exemples de déformation radiale e_r du roc due à une explosion, en fonction du temps t , à plusieurs valeurs de la distance r du trou de mine. Par convention, une déformation négative est en traction. tandis qu'une déformation positive est en pression. Comme on le voit à la fig.3, la portion radiale des ondes de choc est essentiellement en pression. La fig.4 montre des exemples de déformation circonférentielle e_c du roc, en fonction du temps, aux mêmes distances du trou de mine que celles à la fig.3. Comme on le voit à la fig.4, la portion circonférentielle des ondes de choc est essentiellement en traction.

(d) Effet de Distance du Trou de Mine: Comparant la valeur pic de e_R à une distance donnée, disons $r = 0.1005$ à la fig.3,

avec la valeur pic de e_c à la même distance à la fig.4. il est évident que le rapport de e_r/e_c est d'environ 2. A une autre distance plus grande, disons $r = 0.8046m$, le même rapport e_r/e_c est beaucoup plus grand, soit environ 18. La fig.5 compare les valeurs pic de e_r et e_c en fonction de la distance r dans le roc. Il est évident d'après la fig.5 que e_r est toujours plus grand que e_c et que le rapport e_r/e_c grandit à mesure que la distance r augmente. Si on exprime celle-ci en unité du rayon b du trou de mine, alors on trouve qu'à partir de $r/b = 3$, l'intensité de e_r domine sur celle de e_c .

(IV) CONCLUSIONS PRATIQUES:

(a) Réflexion en Traction des Ondes en Pression: Se référant aux interprétations de la section (III) et tout particulièrement à la fig.5, il est manifeste que l'intensité des ondes de choc est plus grande en pression (e_r à la fig.5) qu'en traction (e_c à la fig.5) dans le gros du volume à être dynamiter. Celui-ci est défini par $F \times E \times H$, où F est le fardeau entre le trou de mine et la face libre verticale, E est l'espacement entre deux trous, et H est la hauteur de la banquette. En pratique, on trouve que les rapports F/b et E/b entre le fardeau ou l'espacement et le rayon du trou est d'environ 60. Pour une telle valeur du rapport r/b , la fig 5 suggère que la composante e_c de l'onde de choc est devenue tout à fait négligeable par rapport à la composante e_r . Ainsi, proche du trou de mine e_c est plus efficace que e_r pour fissurer le roc, car e_c est en traction tandis que e_r est en pression et

la résistance du roc en traction R_T est plus faible que sa résistance en pression R_p . Par contre loin du trou, disons dans la région proche de la face libre à $r = F$, l'intensité de e_c a trop diminué pour être efficace. Mais, même à $r = F$, l'intensité de e_r est encore grande, quoiqu'elle soit en pression et donc inefficace pour fissurer le roc.

Par chance, il se passe à la face libre un phénomène utile au succès d'un dynamitage. Ce phénomène est le suivant: à la face libre, l'onde incidente e_r est non seulement réfléchie vers l'intérieur du massif rocheux, mais de plus e_r se transforme d'onde en pression à une onde en traction. Donc, durant le retour de e_r vers l'intérieur du roc, e_r devient efficace pour fissurer celui-ci.

- (b) Importance des Faces Libres au Succès du Sautage: Ainsi la fig.6 résume l'importance des faces libres dans le dessin d'un dynamitage. La fissuration due à l'onde en traction e_c est limitée à la zone proche du trou de mine, car e_c perd son intensité très rapidement. Le premier passage de l'onde e_r vers la face libre n'impose que peu de bris, car durant cette traverse e_r est en pression. C'est le retour de e_r en traction, suite à sa réflexion à la face libre, qui sérieusement débute le phénomène de fragmentation. Celui-ci continue durant le retour de l'onde e_r aussi longtemps que l'intensité décroissante de e_r est plus grande que la résistance du roc en traction R_T . La courbe de e_r en fonction de r à la fig.5 permet d'évaluer à quelle valeur de r_{max} la grandeur de e_r devient plus petite que R_T ; il faut que r_{max}

soit au moins égal à $2 \times F$ afin que le massif rocheux soit fissuré partout entre la face libre verticale et la région des trous de mine. En somme, selon la fig.7, il est évident que r_{\max} doit rejoindre le roc à mi-chemin $E/2$ entre deux trous au niveau du dessus de la banquette. Suivant ce raisonnement, on peut démontrer qu'il est souhaitable de réduire le fardeau F par rapport à l'espacement E afin de rapprocher la face libre verticale de la charge d'explosif. Le calcul est compliqué par le fait que l'autre face libre au dessus de la banquette elle aussi transforme e_r de pression à traction, s'ajoutant au e_r en traction qui provient de la face libre verticale. Pour plus de précision, il devient nécessaire de faire une pleine simulation de sautage sur le modèle BLASPA (e.g. référence (5)).

(c) Dessin Quantitatif des Sautages: Ainsi les solutions mathématiques du genre des équations (12), (13) et (14) permettent l'évaluation quantitative des résultats d'un dynamitage à l'explosif dans le roc. Les équations passées en revue dans la communication ne représentent que le début des mécanismes d'un sautage. La fig.1 indique que l'action des ondes de choc est suivit d'autres mécanismes qui ajoutent à la fragmentation totale du roc, ainsi qu'à son déplacement. Si les solutions représentant les ondes de choc sont réunies dans un ordinateur à celles représentant les autres mécanismes, incluant la thermo-chimie des explosifs eux-mêmes (réf. (2) et (3)), alors une explosion dans le roc peut être simulée mathématiquement et le dessin d'un plan de sautage peut être accompli sur ordinateur. Si on ajoute les coûts des explosifs, forage, etc., ça devient un processus d'optimisation.

REFERENCES:

- (1) "Les Outils Informatiques de Calcul des Plans de Tir: Le Programme Blaspa; Bilan et Perspective" R.Favreau, D.Maham, V.Schmidt, présenté à l'Ecole d'Eté sur l'Abatage à l'Explosif, Ecole des Mines d'Alès, France, 12-16 sept. 1988.
- (2) "The Science of High Explosives" M.A.Cook, Reinhold Publishing Corp., New York, 1958.
- (3) "La Thermochimie des Explosifs", R.Favreau, N.Tienkamp, présenté à la 11e Session d'Etude sur les Techniques de Sautage, Université Laval et SEEQ, Québec, 8-9 déc. 1988.
- (4) "Generation of Strain Waves in Rock by an Explosion in a Spherical Cavity" R.Favreau, Journal of Geophysical Research, 74, 4267, 1969.
- (5) "Utilisation de la Recherche pour Optimiser le Rendement des Sautages" R.Favreau, P.Favreau, N.Tienkamp, présenté au Colloque du Centenaire de l'Ingénierie au Canada, Palais des Congrès, Montréal, Mai 1987.
- (6) "Développement et Utilisation du Programme de Simulation de Sautage BLASPA" R.Favreau, présenté à la Journée d'Etude sur la Foration et Sautage à l'Explosif, Paris, 26 avril 1983.
- (7) "Comparative Studies of Explosives in Granite" T.C.Atchison, W.E.Fournay, U.S. Bur. Mines Rept. Invest. 5509, 1959.

APPENDICE A: DETAILS DE LA SOLUTION MATHÉMATIQUE

Le problème est de solutionner simultanément les équations (4), (9) et (11). Une solution générale de (9) est

$$x = \frac{f(T)}{r^2} + \frac{f'(T)}{c r} \quad (15)$$

où T est donné à l'équation (12). Ainsi, d'après (15):

$$\frac{\partial x}{\partial r} = - \frac{2 f(T)}{r^3} - \frac{2 f'(T)}{c r^2} - \frac{f''(T)}{c^2 r} \quad (16)$$

A $r = b$, (15) et (16) donnent

$$x = \frac{f(t)}{b^2} + \frac{f'(t)}{c b} \quad (17)$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} (\text{à } b) = - \frac{2 f(t)}{b^3} - \frac{2 f'(t)}{c b^2} - \frac{f''(t)}{c^2 b} \quad (18)$$

On remplace (17) et (18) dans (11):

$$\begin{aligned} f'' + \frac{[2(1-\sigma) d c^2 + 3(1-\sigma) \gamma p]}{(1-\sigma) d b c} f' \\ + \frac{[2(1-2\sigma) d c^2 + 3(1-\sigma) \gamma p]}{(1-\sigma) d b^2} f = \frac{P b}{d} \end{aligned} \quad (19)$$

La solution de (19) dépend de l'équation auxiliaire:

$$\begin{aligned} z^2 + \frac{[2(1-2\sigma) d c^2 + 3(1-\sigma) \gamma p]}{(1-\sigma) d b c} z \\ + \frac{[2(1-2\sigma) d c^2 + 3(1-\sigma) \gamma p]}{(1-\sigma) d b^2} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

La solution de (20) est:

$$z = - \frac{[2(1-2\sigma)dc^2 + 3(1-\sigma)\gamma P]}{2(1-\sigma)dc b} \pm \frac{[2(1-2\sigma)dc^2 + 3(1-\sigma)\gamma P]^{\frac{1}{2}} [3(1-\sigma)\gamma P - 2dc^2]^{\frac{1}{2}}}{2(1-\sigma)dc b} \quad (21)$$

Pour un explosif normal dans le roc, on trouve la condition suivante:

$$2dc^2 > 3(1-\sigma)\gamma P \quad (22)$$

Sujet à cette condition, (21) donne comme solution à (19):

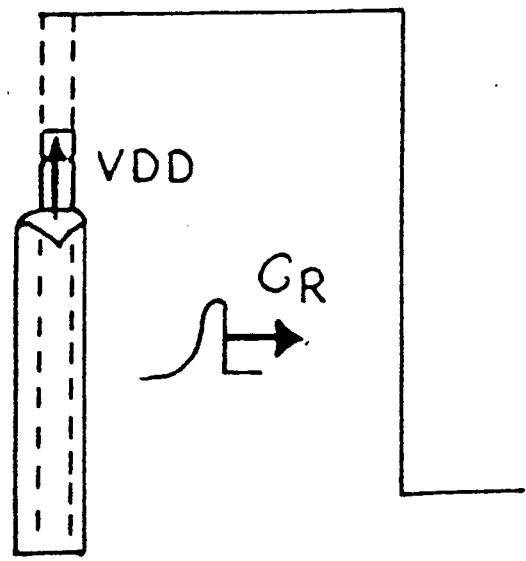
$$f(T) = \frac{b^3 P}{2a^2} + e^{-a^2 T / dc b} \left[A \sin \frac{a k T}{dc b} + B \cos \frac{a k T}{dc b} \right] \quad (23)$$

où A, B sont des constantes à être évaluées d'après les conditions au front de l'onde de choc (voir la réf. (4)):

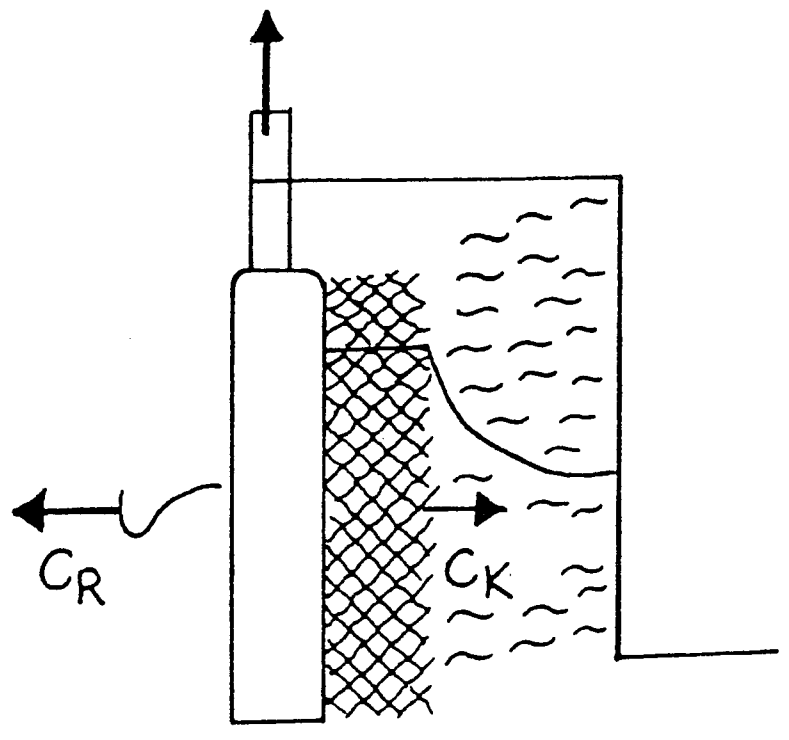
$$A = -\frac{b^3 P}{2ak}, \quad B = -\frac{b^3 P}{2a^2} \quad (24)$$

En remplaçant ces valeurs de A, B dans (23), ça donne la solution pour f(T); si celle-ci est remplacée dans (15), ça donne l'équation (12) à la page 7.

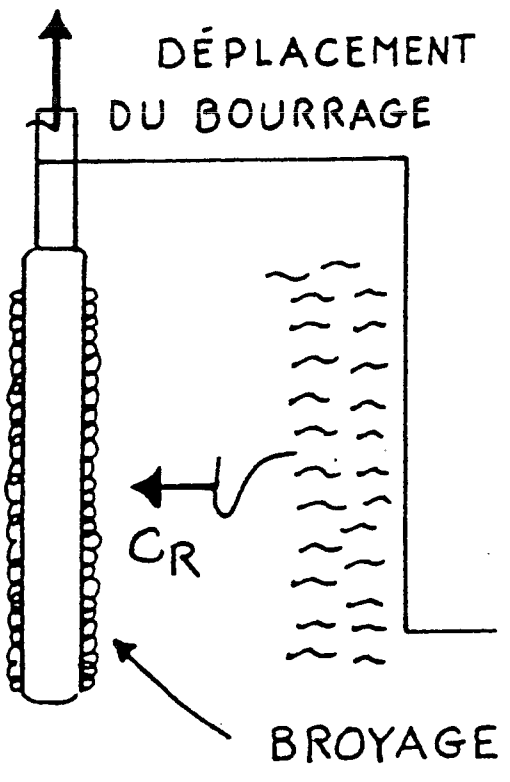
(a)



(c)



(b)



(d)

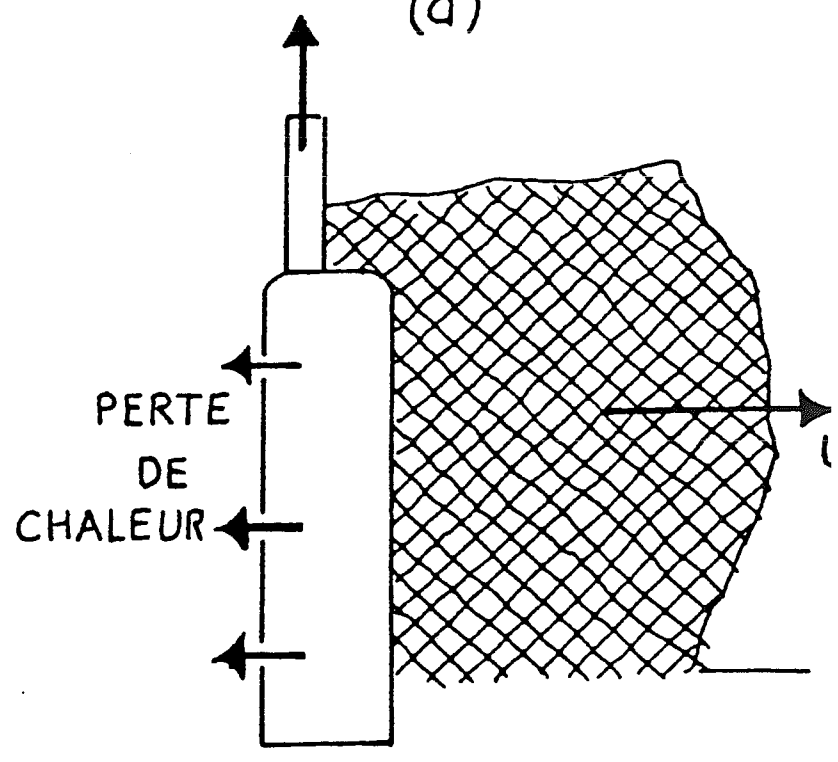
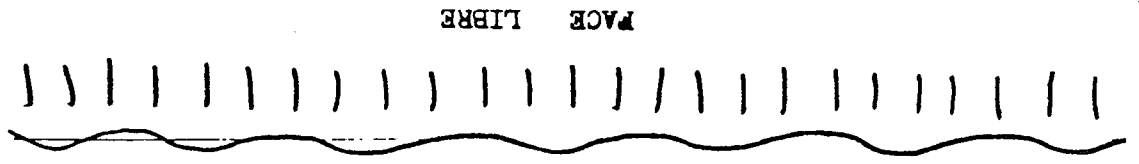
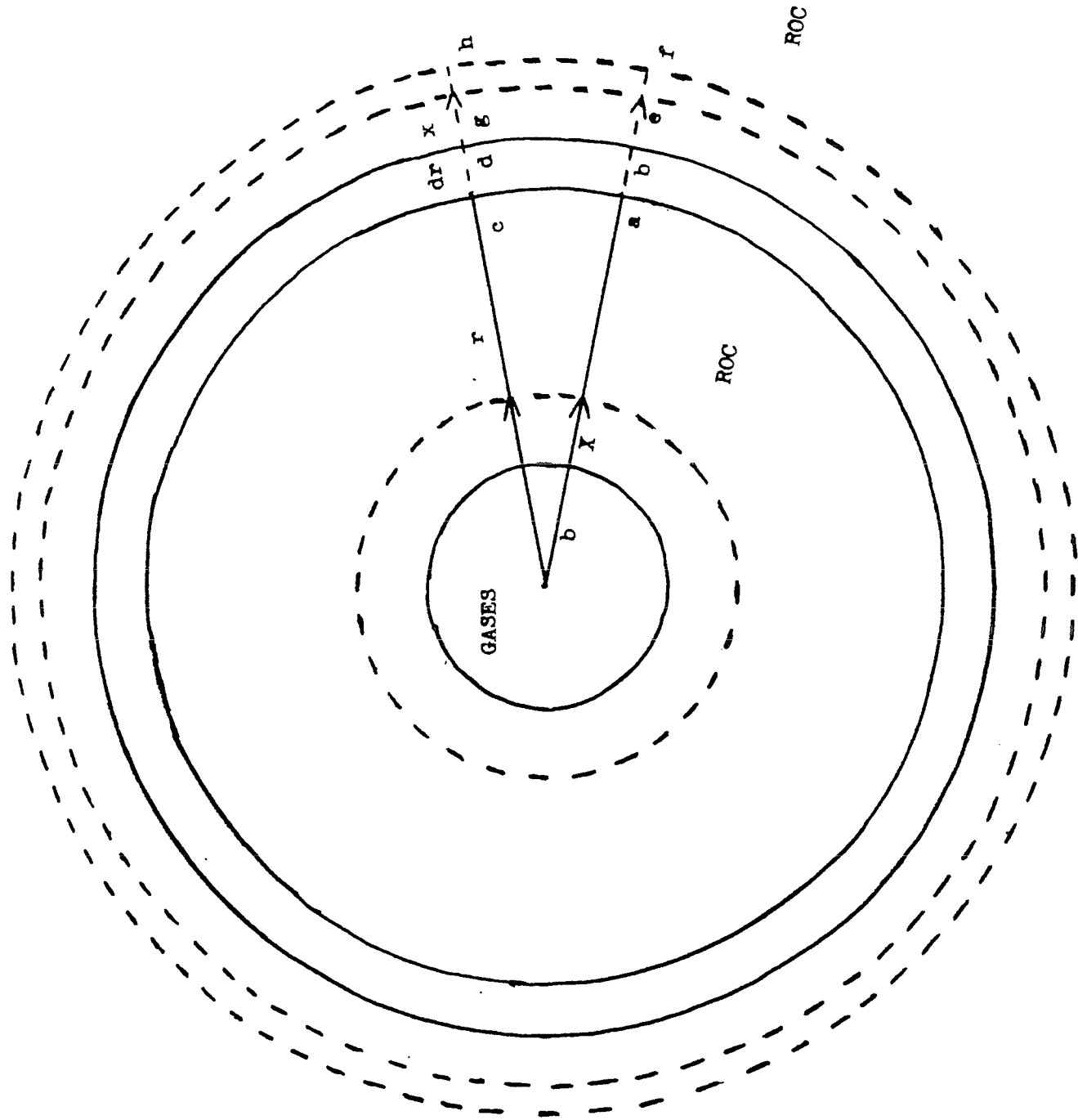


FIG. 2: ONDE DE CHOC



FACE LIBRE

FIG. 3:

ONDE e_r

ELONGATION RADIALE

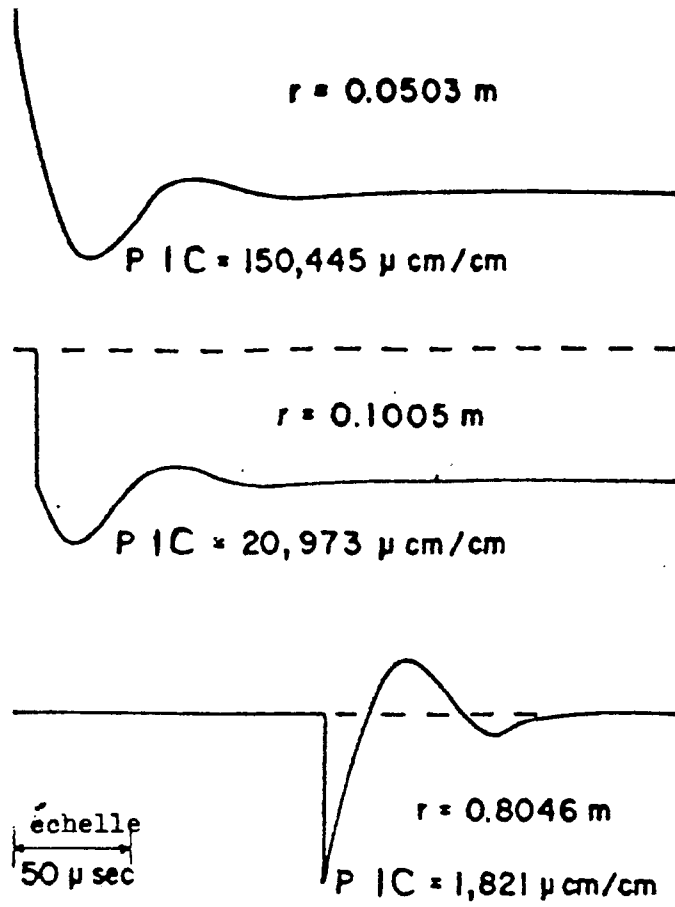
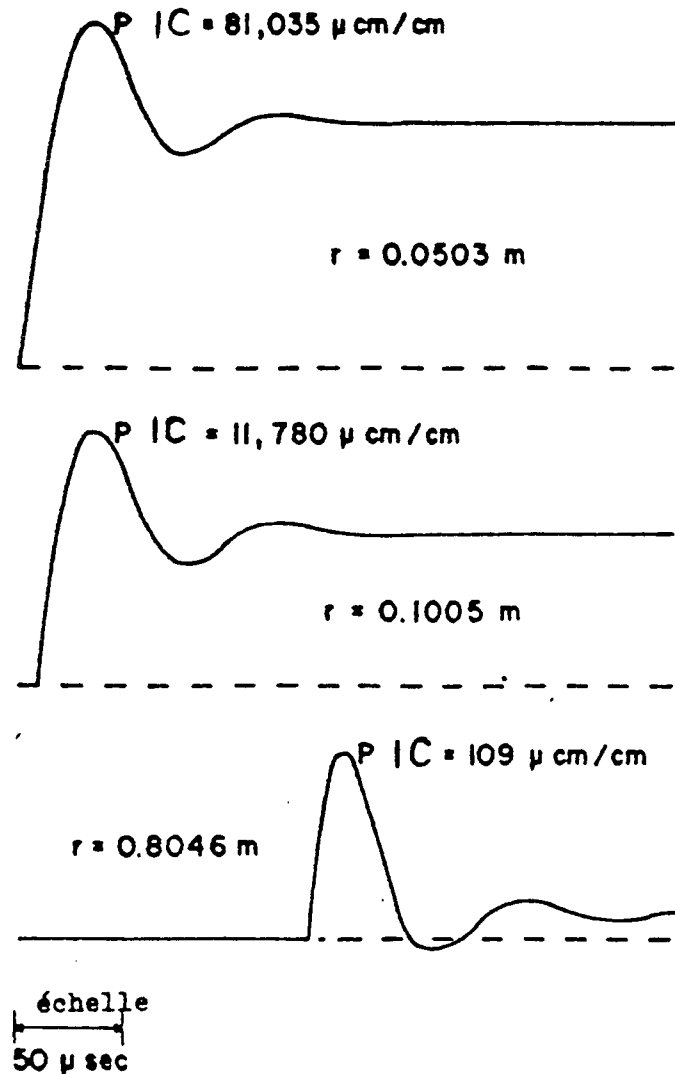


FIG. 4:

ONDE e_c

ELONGATION CIRCONFÉRENTIELLE



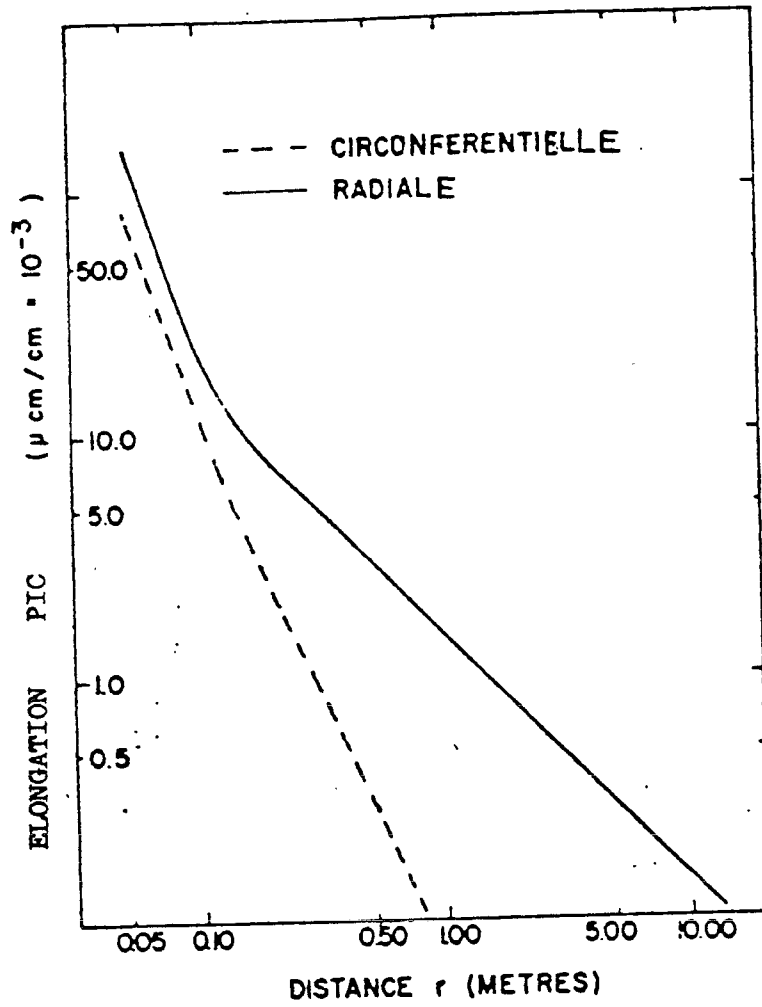


FIG. 5: EFFET DE DISTANCE

FIG. 6: EFFET DE e_c ET e_r

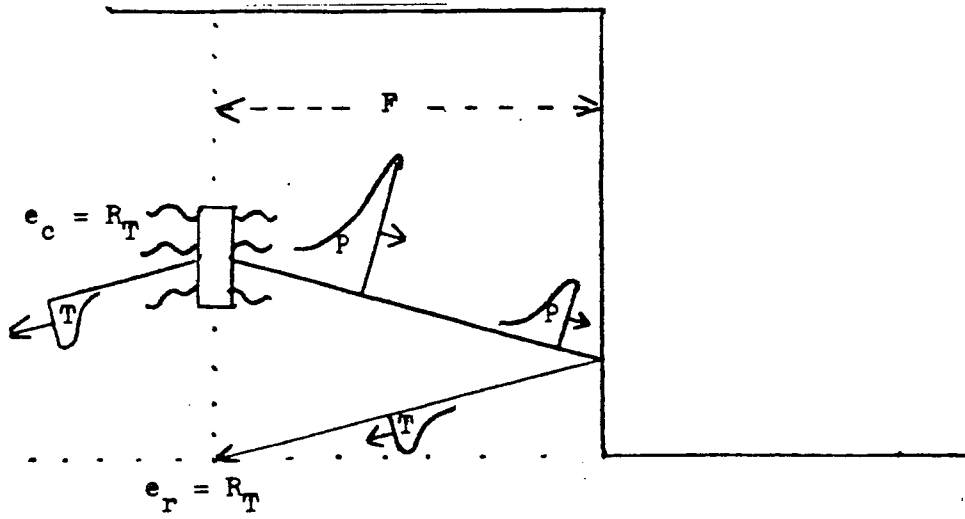


FIG. 7: VALEUR MINIMUM DE e_r

